RÉPUBLIQUE TUNISIENNE **MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION** **EXAMEN DU BACCALAURÉAT** SESSION **2019**	**Session de contrôle**	
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Mathématiques**
	Durée : **4h**	Coefficient de l'épreuve : **4**

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La page 4/4 est à rendre avec la copie

Exercice1 : (3 points)

Soient ABC un triangle rectangle en A et Δ la médiatrice du segment $[AB]$.

Répondre par « Vrai » ou « Faux » en justifiant la réponse.

1) $t_{\overrightarrow{BC}} \circ S_{\Delta} = t_{\overrightarrow{AC}} \circ S_{(AC)}$.
2) $S_{(AB)} \circ h_{(A,2)} \circ S_{(AC)} = h_{(A,-2)}$.
3) Si f est une isométrie fixant les points A et B alors $f^{-1} \circ S_{\Delta} \circ f$ est une symétrie glissante d'axe Δ.

Exercice 2 : (4,5 points)

Dans le plan P muni d'un repère orthonormé direct $R(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points I, C, D et K d'affixes respectives $1 + i$, $1 + 2i$, $2i$ et $3i$.

1) a) Placer les points I, C, D et K dans le repère R.
   b) Montrer qu'il existe une unique similitude indirecte g qui transforme I en D et D en K.
   c) Déterminer le rapport de g.
   d) Déterminer l'image du triangle IDO.
2) Soit M un point du plan et M' son image par g.
   On désigne par z et z' les affixes respectives de M et M'.
   a) Montrer que $z' = -\frac{1}{2}(1+i)\bar{z} + 1 + 2i$.
   b) Soit Ω le centre de g. Déterminer l'affixe de Ω.
   c) Vérifier que K est le milieu du segment $[\Omega I]$.
   d) Construire alors le centre Ω et l'axe Δ de g.
3) Soit h = gog.
   a) Montrer que h est une homothétie de rapport $\frac{1}{2}$.
   b) On considère la suite de points $(A_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $A_0 = I$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $A_{n+2} = h(A_n)$.
   Déterminer et construire les points A_2 et A_4.
   c) Soit $S_n = A_0A_2 + A_2A_4 + \ldots + A_{2n-2}A_{2n}$.
   Montrer que la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente et déterminer sa limite.

Exercice 3 : (3 points)

Une entreprise fabrique des pièces électroniques pour une marque de voitures. Une étude statistique a prouvé que 6% des pièces fabriquées sont défectueuses.

L'unité de contrôle rejette 97% des pièces défectueuses et 2% des pièces non défectueuses.

On choisit une pièce au hasard et on la soumet à un test de contrôle.
On note D : " la pièce est défectueuse." et R : "la pièce est rejetée par l'unité de contrôle."

1) Traduire la situation par un arbre pondéré de probabilités.
2) a) Calculer la probabilité que la pièce soit défectueuse et ne soit pas rejetée par l'unité de contrôle.
   b) On dit qu'il ya erreur de contrôle lorsque une pièce défectueuse est acceptée ou une pièce non défectueuse est rejetée. Calculer la probabilité pour qu'il y ait une erreur de contrôle.
3) Montrer que la probabilité pour que la pièce soit acceptée est égale à 0,923.
4) Pour la commercialisation de ses pièces l'entreprise décide de faire passer chaque pièce à trois contrôles successifs mais indépendants :
   - Si la pièce est acceptée par les trois contrôles, elle sera commercialisée avec le logo de la marque de voiture.
   - Si elle est acceptée uniquement par deux contrôles, elle sera commercialisée sans le logo de la marque de voiture.
   - Si elle est acceptée uniquement par un contrôle ou rejetée, elle sera détruite.

   a) Montrer que la probabilité pour que la pièce soit commercialisée sans le logo de la marque de voiture est $3\times(0{,}923)^2\times(0{,}077)$.
   b) Déterminer la probabilité pour que la pièce soit détruite.

Exercice 4 : (4 points)

Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $\left(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$, on considère les plans P_1 et P_2 d'équations respectives $P_1 : 3x - 2y - 2z = 1$ et $P_2 : 4x - 11y + 2z = 0$.

1) a) Montrer que P_1 et P_2 se coupent suivant une droite Δ.
   b) Donner une représentation paramétrique de Δ.

Dans la suite de l'exercice, on se propose de déterminer les points de Δ à coordonnées entières.

2) On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ l'équation (E) : $7x - 13y = 1$.
   Vérifier que (2, 1) est une solution de (E) et résoudre l'équation (E).
3) On considère dans $\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$ le système (S) : $\begin{cases} 3x-2y-2z=1, \\ 4x-11y+2z=0. \end{cases}$

   a) Soit $(x, y, z)\in\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}\times\mathbb{Z}$.
   Montrer que (x, y, z) est solution de (S) si et seulement si $\begin{cases} 7x - 13y = 1, \\ 2z = 11y - 4x. \end{cases}$
   b) En déduire l'ensemble des points de Δ à coordonnées entières.

Exercice 5 : (5,5 points)

Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{\frac{-1}{2x^2}}$ si $x \neq 0$ et g(0)=0. On désigne par $\mathscr{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du plan.

1) a) Montrer que g est continue sur $\mathbb{R}$.

b) Etudier la parité de g. Interpréter graphiquement le résultat.

2) a) Calculer $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{g(x)}{x}$ et en déduire que g est dérivable en 0.

b) Montrer que g est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et que $g'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$, pour tout $x \neq 0$.

c) Dresser le tableau de variation de g.

d) Montrer que g réalise une bijection de $[0, +\infty[$ sur $[0, 1[$.

e) On désigne par g^{-1} la fonction réciproque de g, expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in [0, 1[$.

3) a) Montrer que $\mathscr{C}$ admet deux points d'inflexions A et B que l'on déterminera.

(A désigne le point d'inflexion d'abscisse positive).

b) En annexe, on a représenté dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ les courbes $\mathscr{C}_1$ et $\mathscr{C}_2$ d'équations respectives $y = e^x$ et $y = x^2$, pour tout $x \in \mathbb{R}$.

Construire dans le même repère les points A et B et tracer la courbe $\mathscr{C}$

4) Soit f la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par $f(x) = g^2(x)$. Justifier que f est croissante sur $[0, +\infty[$.

5) Soit un entier $n \geq 2$. On pose $V(n) = \pi \int_0^n f(t)\, dt$.

a) Interpréter graphiquement V(n).

b) Montrer que $V(n) \geq \pi \int_{\sqrt{n}}^n f(t)\, dt$.

c) En déduire que $\lim\limits_{n \to +\infty} V(n) = +\infty$.

d) Montrer que $V(n) \leq n\pi$.

e) Déterminer $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{V(n)}{n}$.

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ....

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

....

....

Épreuve : Mathématiques - Section : Mathématiques - Session de contrôle (2019)

Annexe à rendre avec la copie