RÉPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION	EXAMEN DU BACCALAURÉAT	Session de contrôle 2023
	Épreuve : **Mathématiques**	Section : **Sport**
	Durée : **2h**	Coefficient de l'épreuve : **1**

N° d'inscription

Le sujet comporte 4 pages numérotées de 1/4 à 4/4.

La page 4/4 est à rendre avec la copie.

Exercice n°1 (6 points)

Une urne contient cinq boules indiscernables au toucher dont trois portent le nombre 0, une porte le nombre 1 et une porte le nombre -1 .

On tire simultanément et au hasard deux boules de l'urne et on considère les évènements suivants :

A : « obtenir deux boules qui portent le nombre 0 ».

B : « Obtenir au moins une boule qui porte le nombre 0 ».

1) Calculer $p(A)$ et $p(B)$.

2) Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage, associe la somme des nombres portés par les deux boules tirées.

a) Justifier que les valeurs prises par X sont -1 , 0 et 1.

b) Montrer que $p(X = 0) = \frac{4}{10}$.

c) Déterminer la loi de probabilité de X.

d) Calculer $E(X)$.

Exercice n°2 (7 points)

Soient a et b deux nombres réels. On considère (u_n) la suite réelle définie

sur $\mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = a\ u_n + b$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $u_0 = 10$.

1) On donne $u_1 = 5$ et $u_2 = 1$.

a) Montrer que les réels a et b vérifient les deux équations suivantes :

$10\,a + b = 5$ et $5\,a + b = 1$.

b) Déterminer alors les réels a et b.

2) Dans la suite de l'exercice, on prend la suite (u_n) définie par :

$u_0 = 10$ et $u_{n+1} = \frac{4}{5}\ u_n - 3$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

Montrer que la suite (u_n) n'est ni géométrique ni arithmétique.

3) On considère la suite réelle (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = u_n + 15$.

a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{4}{5}$.

b) En déduire que pour tout entier naturel n , $v_n = 25\left(\frac{4}{5}\right)^n$.

c) Déterminer alors l'expression de u_n en fonction de n.

d) Justifier que la limite de la suite (u_n) est égale à -15.

Exercice n°3 (7 points)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \mathrm{e}^{2x+1}$.

Dans l'annexe-jointe, on a tracé dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, la courbe représentative (C) de f et sa tangente T au point $E(0, e)$.

1) a)Dresser le tableau de variation de f .

   b) Montrer que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ sur $]0, +\infty[$.

2) Montrer qu'une équation de la tangente T est $y = 2e\,x + e$.

3) Soit A l'aire de la partie P du plan limitée par la courbe (C), la tangente T et les droites d'équations : $x = -1$ et $x = 0$.

   a) Hachurer la partie P.

   b) Soit G la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $G(x) = \frac{1}{2}\mathrm{e}^{2x+1} - ex^2 - ex$.

      Montrer que pour tout réel x , $G'(x) = f(x) - (2ex + e)$.

   c) En déduire que $A = G(0) - G(-1)$.

   d) Justifier alors que $A = \dfrac{e^2 - 1}{2e}$.

Section : .... N° d'inscription : .... Série : ....

Nom et Prénom : ....

Date et lieu de naissance : ....

Signatures des surveillants

....

....

Épreuve: Mathématiques - Section : Sport
Session de contrôle (2023)
Annexe à rendre avec la copie